Математичко друштво "Архимедес"
Београд

Дописна математичка школа 2020

1. лекција 20. септембар 2020.

РЕАЛНИ БРОЈЕВИ

VII разред

Уводни део

• **Пре него што пређете на ову тему, подсетите се шта су рационални бројеви (VI разред)**

• ***Квадрат рационалног броја a*** *је број*

$$a \cdot a = a^2 .$$

Квадрат било ког рационалног броја је ***ненегативан*** *број, што записујемо:*

$$a^2 \geq 0 \text{ за свако } a \in Q.$$

Квадрат сваког рационалног броја a, једнак је квадрату њему супротног рационалног броја $-a$, тј.

$$a^2 = (-a)^2$$

За рационалне бројеве a и b важи:

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2 \quad \text{и} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2},\ b \neq 0$$

Решени задаци

Сада следи група задатака који су решени, добрим делом, уз помоћ знања стечених у уводном делу ове лекције. Наша је препорука да сваки од ових задатака пажљиво проучиш, најпре покушаш да решиш самостално, па само у случају да се појави нека потешкоћа у раду, погледаш како су овде задаци решени.

Такав начин рада биће ти од користи у решавању наредних задатака.

1. Заокружи слово испред тачне једнакости:

а) $-3^2 = -9$ б) $(-5)^2 = -25$ в) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}$

г) $(7-17)^2 = 100$ д) $4 \cdot 5^2 = 400$

Решење:

Тачне једнакости су а) и г). У једнакости а) се квадрат односи само на број 3, па је вредност израза негативна. У случају г) израчунамо вредност разлике па резултат квадрирамо. Једнакост б) није тачна, јер квадрат броја не може бити негативан. У случају в) квадрат броја се односи на разломак, а не само на бројилац, што значи да треба квадрирати и именилац. Једнакост под д) није тачна, јер треба да поштујемо редослед рачунскох операција,па седобија:
$4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$

2. У изразу $6 \cdot 2^2 - 3^2 : 3$ уметни један пар заграда тако да његова вредност буде:

а) највећа; б) најмања.

Решење:

Познато је да заграда озачава предност рачунске операције у њој, па тако за најмању вредност датог израза добијамо -10 ако заграде ставимо на следећи начин:
$6 \cdot (2^2 - 3^2) : 3 = 6 \cdot (-5) : 3 = -10$
Највећа вредност се добија у случају:
$(6 \cdot 2)^2 - 3^2 : 3 = 12^2 - 9 : 3 = 144 - 3 = 141$

3. Одреди све реалне бројеве x за које важи:

а) $x^2 < 0$ б) $x^2 = x$ в) $x^2 > x$
г) $x^2 < x$ д) $x^2 = -x$

Решење:

а) Не постоји такав рационалан број.
б) $x \in \{0, 1\}$
в) То важи за све негативне бројеве и све бројеве веће од 1.
г) $0 < x < 1$
д) $x \in \{0, -1\}$

4. Ако је a паран природан број онда је a^2 такође паран природан број. Докажи.

Решење:

Паран број можемо записати у облику $a = 2k$. Ако га квадрирамо добијамо $a^2 = (2k)^2 \Rightarrow$

$$a^2 = 4k^2 \Rightarrow$$
$$a^2 = 2 \cdot 2k^2 \Rightarrow$$
$$a^2 = 2 \cdot x$$

Закључујемо да је и a^2 паран број.

5. Одреди прост број p тако да је p^2+7 такође прост број.

Решење:

1^0 Ако је $p = 2$, онда је $p^2+7=2^2+7=4+7=11$, а 11 је прост број.

2^0 За $p \geq 3$ је p^2 непаран број, па ако га саберемо са 7, збир је паран број већи од 2, а такав паран број има више од два делиоца што значи да није прост.

6. За које вредности промењиве x израз:

а) $3 + (x-2)^2$ - има најмању вредност

б) $2 - (x-1)^2$ - има највећу вредност

в) $\dfrac{2}{3+(2+x)^2}$ - има најмању вредност?

Решење:

а) Дати израз $3+(x-2)^2$ ће имати најмању вредност за најмању вредност израза $(x-2)^2$. Најмања вредност израза $(x-2)^2$ је 0, што се постиже када је $x-2 = 0$, односно за $x = 2$.

б) С обзиром да је $(x-1)^2 \geq 0$, за све вредности промењиве x биће $2-(x-1)^2 \leq 2$, па ће бити највећи за $(x-1)^2 = 0$, односно за $x=1$. Вредност датог израза је у том случају највећа и износи 2.

в) Знамо да је вредност разломка, са сталним бројиоцем, већа ако је именилац што је могуће мањи. Најмања вредност имениоца $3 + (2 + x)^2$ је 3, а то је за $(2 + x)^2 = 0 \Rightarrow 2 + x = 0 \Rightarrow x = -2$.

7. Реши у скупу рационалних бројева једначину:

а) $x^2 = 4$ б) $x^2 = 0$ в) $x^2 = \dfrac{9}{49}$

г) $x^2 = -1$ д) $x^2 = 2$

Решење:

а) Скуп решења једначине је $\{2, -2\}$, јер је $2^2 = 4$ и $(-2)^2 = 4$.

б) Скуп решења једначине је $\{0\}$, јер је $0^2 = 0$

в) Скуп решења једначине је $\left\{-\dfrac{3}{7}, \dfrac{3}{7}\right\}$, јер је

$$\left(-\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49} \text{ и } \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

Једнакости под г) и д) немају решење у скупу Q, јер не постоји рационалан број који помножен самим собом даје производ -1, а такође ни 2.

Научили смо да постоје бројеви који нам дају решење једначине под д) $x \in \left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}$. То су

ИРАЦИОНАЛНИ БРОЈЕВИ.

У средњој школи ћете научити да постоји скуп бројева у коме се налази решење једначине под г).

Нека је $a > 0$, при чему је a квадрат неког рационалног броја. Позитивно решење једначине $x^2 = a$ назива се квадратни корен броја a (означавамо га са $\sqrt{a}$). Решења те једначине су $\sqrt{a}$ и $-\sqrt{a}$.

Квадратни корен квадрата било ког рационалног броја једнак је апсолутној вредности тог броја.

$$\sqrt{a^2} = |a|, \ a \in Q$$

Обједињавањем скупа рационалних и скупа ирационалних бројева настао је скуп

РЕАЛНИХ БРОЈЕВА R.

Једнакости које најчешће користимо при изради задатака су:

$$(\sqrt{a})^2 = a,\ a \geq 0,\ \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},\ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},\ b \neq 0$$

8. Који од следећих бројева су рационални, а који ирационални:

$-1{,}41;\ 0;\ 0{,}333...;\ \sqrt{2};\ 3\sqrt{4};\ \dfrac{5}{6};$

$-0{,}50550555055550...;\ \ 1{,}23456789?$

Решење:

С обзиром да се рационалан број може приказати у облику разломка, коначног децималног броја или бесконачног периодичног разломка, међу наведеним, рационални бројеви су:

$$-1{,}41;\ 0;\ 0{,}3333...;\ 3\sqrt{4};\ \frac{5}{6};\ 1{,}23456789,$$

а ирационални бројеви су: $\sqrt{2}$; $0{,}50550555055550....$

9. Прикажи у облику разломка следеће бројеве:

а) 0,777... б) 3,5757... в) 6,1234567891011...

Решење:

а) Дати број ћемо обележити са $x = 0{,}777...$ Ако дати број помножимо са 10, добићемо $10x = 7{,}777...$ Ако од $10x$ одузмемо x добија се $10x - x = 7{,}777... - 0{,}777...$, односно $9x = 7$.

Решење једначине је $x = \dfrac{7}{9}$. Значи $0{,}777... = \dfrac{7}{9}$.

б) Нека је $x = 3{,}5757...$ Како је период понављања цифара састављен од две цифре, број ћемо помножити са 100. Добијамо: $100x = 357{,}5757..$

Ако од $100x$ одузмемо x добија се $99x = 354$

$$x = \frac{354}{99} = \frac{118}{33} = 3\frac{19}{33} \Rightarrow 3{,}5757... = 3\frac{19}{33}.$$

в) Дати број није периодичан децимални разломак (број), па се не може приказати у облику $\dfrac{p}{q}$.

10. Заокружи слово испред ирационалног броја:

а) $\sqrt{81+4}$ б) $\sqrt{81}+4$ в) $\sqrt{81-4}$

г) $\sqrt{\dfrac{81}{4}}$ д) $3\sqrt{33+3}$

Решење:

а) У сваком од примера а), в) и д) прво одредимо збирове односно разлику. Добија се:

а) $\sqrt{81+4}=\sqrt{85}\in I$ в) $\sqrt{81-4}=\sqrt{77}\in I$

д) $3\sqrt{33+3}=3\sqrt{36}=3\cdot 6=18\in Q.$

У примеру б) добија се $\sqrt{81}+4=9+4=13\in Q$.

У случају г) биће $\sqrt{\dfrac{81}{4}}=\dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}}=\dfrac{9}{2}\in Q.$

11. Нађи два ирационална броја тако да су им: а) збир б) разлика в) производ г) количник рационални бројеви.

Решење:

а) Како је збир супротних бројева 0, а $0\in Q$, једно од безброј решења је $\sqrt{5}+\left(-\sqrt{5}\right)=0$

б) Слично и у овом случају. Разлика једнаких бројева даје нулу, на пример: $3\sqrt{7}-3\sqrt{7}=0\in Q.$

в) Користећи особину $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$, налазимо једно од решења: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=4.$

г) Како је $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, налазимо једно од решења

$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{12}{3}}=\sqrt{4}=2.$

12. Реши једначине:

а) $\sqrt{x^2}=5$ б) $\sqrt{(x-3)^2}=1$ в) $\sqrt{3x^2-2}=7$

г) $(x+5)^2=49$ д) $\sqrt{3\cdot(x-2011)}=3$ ђ) $\sqrt{5+\sqrt{x}}=3$

Решење:

а) Како је $\sqrt{x^2}=|x|$, добијамо једначину $|x|=5$, а скуп њених решења је $\{-5,5\}$, јер је $x=5$ или $x=-5$.

б) Слично, пошто је $\sqrt{(x-3)^2}=|x-3|$, дата једначина се своди на $|x-3|=1\Rightarrow x-3=1$ или $x-3=-1\Rightarrow$

$x=4$ или $x=2$, што записујемо и овако:

$x\in\{4,\,2\}$. Скуп решења је $\{2,\,4\}$.

в) Ако квадрирамо и леву и десну страну једначине добија се $3x^2-2=7$, па је даље редом:

$$3x^2=9,$$

$$x^2=3\Rightarrow\ x\in\left\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\right\}$$

г) Ако коренујемо и леву и десну страну једначине добија се $\sqrt{(x+5)^2}=\sqrt{49}$, одакле је:

$$|x+5|=7,$$

$$x+5=7 \quad \text{или} \quad x+5=-7$$

$$x=2 \quad \text{или} \quad x=-12, \text{ или,}$$

другачије записано: $x\in\{2,-12\}$.

Скуп решења је $\{2,-12\}$.

д) Ако квадрирамо обе стране једначине добија се $\left(\sqrt{3\cdot(x-2011)}\right)^2=3^2$, па даље имамо:

$$3\cdot(x-2011)=9$$

$$x-2011=9:3$$

$$x-2011=3$$

$$x=3+2011$$

$$x=2014\Rightarrow x\in\{2014\}.$$

ђ) $\sqrt{5+\sqrt{x}}=3$ Квадрирамо обе стране:

$$\left(\sqrt{5+\sqrt{x}}\right)^2=3^2,$$

$$5+\sqrt{x}=9\Rightarrow\sqrt{x}=4$$

Ако квадрирамо обе стране добија се:

$$\left(\sqrt{x}\right)^2=4^2\Rightarrow x=16$$

13. Упрости изразе:

а) $\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{50}+\sqrt{72}$

б) $(2\sqrt{5}-\sqrt{45}+7\sqrt{20})\cdot\sqrt{5}$

Решење:

а) Сваки од сабирака можемо написати у облику производа:

$$\sqrt{32}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}=4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{2}=6\sqrt{2}$$

Ако сваки од сабирака заменимо добијеним изразом, добија се:

$\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{50}+\sqrt{72}=4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+5\sqrt{2}+6\sqrt{2}.$

Користећи дистрибутивност, збир се може написати у облику $\sqrt{2}\cdot(4+3+5+6)=15\sqrt{2}.$

б) Слично, у овом примеру се уместо $\sqrt{45}$ може написати $\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}=3\sqrt{5}$ и уместо $\sqrt{20}$ можемо писати $\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}$, па ћемо имати:

$\left(2\sqrt{5}-\sqrt{45}+7\sqrt{20}\right)\cdot\sqrt{5}=\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+7\cdot 2\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5}=$

$\sqrt{5}\cdot(2-3+14)\cdot\sqrt{5}=5\cdot 13=65.$

14. Дате разломке напиши у другом облику, тако да им имениоци буду цели бројеви:

а) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ б) $\dfrac{7}{2\sqrt{3}}$ в) $-\dfrac{15}{\sqrt{5}}$ г) $\dfrac{3}{\sqrt{12}}$

Решење:

У оваквим случајевима користимо проширивање разломака и то бројевима који се јављају у имениоцу, а ирационални су. Овај поступак се зове *рационалисање именилаца*.

а) $\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

б) $\frac{7}{2\sqrt{3}}=\frac{7\cdot\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{7\sqrt{3}}{2\cdot 3}=\frac{7\sqrt{3}}{6}$

в) $-\frac{15}{\sqrt{5}}=\frac{-15\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{-15\sqrt{5}}{5}=-3\sqrt{5}$

г) $\frac{3}{\sqrt{12}}=\frac{3}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

15. Израчунај вредност израза:

а) $\sqrt{8}+\frac{8}{\sqrt{2}}$ б) $\frac{\sqrt{108}+4\sqrt{27}-\sqrt{192}}{\sqrt{3}}$

в) $\sqrt{\frac{5}{8}}:\sqrt{2{,}5}+\sqrt{6-\frac{5}{9}}$.

Решење:

а) Најпре треба рационалисати именилац разломка $\frac{8}{\sqrt{2}}$ и $\sqrt{8}$ заменити са $2\sqrt{2}$. Имаћемо:

$$\sqrt{8}+\frac{8}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+\frac{8\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\cdot(2+4)=6\sqrt{2}$$

б) Корене са сложеном поткореном величином трансформишемо - раставимо на чиниоце тако да се бар из једног од њих може извадити корен:

$\sqrt{108}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{3}=6\sqrt{3}$; $\sqrt{27}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}$;

$\sqrt{192}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

Тада се добија:

$$\frac{\sqrt{108}+4\sqrt{27}-\sqrt{192}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}+4\cdot 3\sqrt{3}-8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=$$

$$\frac{\sqrt{3}\cdot(6+12-8)}{\sqrt{3}}=10.$$

в) $\sqrt{\frac{5}{8}}:\sqrt{2{,}5}+\sqrt{6-\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}:\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{49}{9}}=$

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}:\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\frac{7}{3}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}+\frac{7}{3}=\frac{1}{2}+\frac{7}{3}=\frac{3+14}{6}=\frac{17}{6}$$

16. Упореди бројеве:

а) $\sqrt{10}$ и $2\sqrt{3}$ б) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ и $\frac{15}{\sqrt{45}}$

в) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ и $\sqrt{3-\sqrt{3}}$.

Решење:

а) Ако квадрирамо и један и други број добијамо $\left(\sqrt{10}\right)^2=10$ и $\left(2\sqrt{3}\right)^2=4\cdot 3=12$.

Како је $10<12\Rightarrow\sqrt{10}<2\sqrt{3}$.

б) 1^0 Прво ћемо рационалисати имениоце датих разломака:

$$\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5},$$

$$\frac{15}{\sqrt{45}}=\frac{15}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}}=\frac{15}{3\cdot\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$$

Закључујемо $\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{15}{\sqrt{45}}$.

2^0 Може и краће: $\frac{15}{\sqrt{45}}=\frac{15}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}}=\frac{15}{3\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}$

в) Ако квадрирамо сваки од корена добићемо:

$\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2=2+\sqrt{2}$, $\left(\sqrt{3-\sqrt{3}}\right)^2=3-\sqrt{3}$

С обзиром да је $\sqrt{2}>1$, вредност збира $2+\sqrt{2}$ је већа од 3, а разлика $3-\sqrt{3}$ је мања од 3.

Закључујемо да је $2\sqrt{2}>3-\sqrt{3}\Rightarrow\sqrt{2+\sqrt{2}}>\sqrt{3-\sqrt{3}}$.

Задаци за самосталан рад

Кад пажљиво прочиташ *Уводни део* и детаљно проучиш решене задатке, покушај да самостално решиш и наредне задатке. То ће бити одлична припрема за успешно решавање такмичарских задатака који те очекују у следећој групи задатака!

1. Ако је $38^2=1444$ онда је :

а) $-3{,}8^2=14{,}44$ б) $0{,}38^2=0{,}1444$

в) $380^2=14440$ г) $(-3{,}8)^2=14{,}44$.

Заокружи слово испред тачног одговора.

2. Израчунај бројевну вредност израза:

а) $-(-2^2)+(-2)^2+(-3)^2-(-3^2)+(-5^2)$

б) $\left(2\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(1\frac{2}{3}\right)^2$ в) $\left|1-\sqrt{3}\right|-\left|\sqrt{3}+1\right|$

г) $0{,}4\cdot\sqrt{6\frac{1}{4}}-\frac{1}{10}\cdot 2{,}5-12\cdot\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$

д) $\sqrt{20^2-16^2}-\sqrt{(-7)^2}+\left(2\sqrt{3}\right)^2$

3. Провери и образложи за које вредности промењиве x су тачне неједнакости:

а) $(-2x)^2>0$ б) $-2x^2>0$ в) $(x+2)^2\geq 0$

4. Израчунај вредност израза

$$A=\sqrt{\left(x+\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(x-2\right)^2}+2\sqrt{3}-2$$

ако је $x=2-\sqrt{3}$.

5. Заокружи слово испред тврђења које је тачно за *сваки* реалан број x:

а) $|x|\geq 0$ б) $|x-7|=|7-x|$ в) $|x+5|>0$

г) $\sqrt{x^2}=x$ д) $x^2>x$ ђ) $-x\leq x$

е) $x^2+1>0$ ж) $(x+1)^2=4$.

6. Упрости изразе:

а) $\sqrt{450}+2\sqrt{50}-\sqrt{98}$ б) $\left(\sqrt{48}-3\sqrt{75}+2\sqrt{108}\right):\sqrt{3}$

в) $\left(\sqrt{60}-2\sqrt{135}+10\sqrt{15}\right):2\sqrt{5}$ г) $\frac{9}{\sqrt{3}}-4\sqrt{12}$.

7. Шта је веће:

а) $4\sqrt{3}$ или $3\sqrt{4}$ б) $\sqrt{6+\sqrt{6}}$ или 3

в) $1-\frac{2}{\sqrt{2}}$ или $1-\frac{3}{\sqrt{3}}$?

8. Реши једначину:

а) $0,2x^2=1$ б) $\sqrt{x-5}=9$ в) $\sqrt{(3-2x)^2}=0,4$

г) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{x}}}}=2$ д) $\sqrt{16-3\sqrt{2x+1}}=5$

9. Одреди два узастопна цела броја између којих се налази број:

а) $3+\sqrt{8}$ б) $2-\sqrt{6}$.

10. Докажи да је $\sqrt{5+\sqrt{\sqrt{17}+\sqrt{37}}+\sqrt{2}}>3$.

Задаци за такмичење на дописној олимпијади

На реду су **4** задатка чијим решавањем учествујеш у такмичарском делу "Архимедесове" дописне школе. Решења ових задатака *детаљно образложи и уредно напиши* у свесци која је само за то намењена. Тако поступи после сваке лекције дописне школе, а на крају - после свих 6 лекција - свеску са решењима задатака пошаљи на адресу "Архимедеса", онако како је описано у Упутству!

1. Израчунај вредност израза:

а) $\left(3\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{3^2}$ б) $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}$

2. Које од датих једначина имају исти скуп решења:

(1) $3x^2-0,25=\frac{1}{2}$ (2) $4-\frac{4}{5}\sqrt{x}=3,6$

(2) $-3,5+1\frac{3}{5}\sqrt{x^2}=-2,7$?

3. Израчунај вредност израза и утврди да ли је резултат рационалан или ирационалан број:

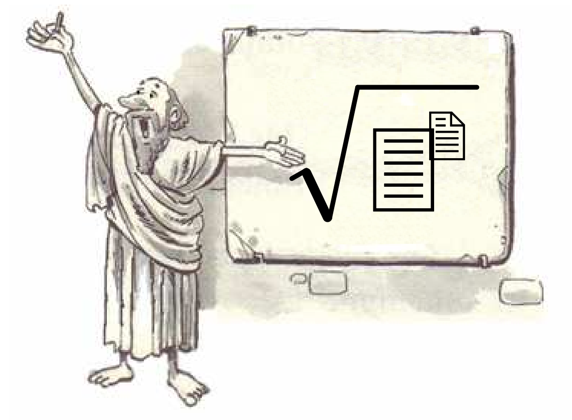
$$1\frac{7}{8}\sqrt{2}+-\sqrt{50}+\frac{0,25}{\sqrt{2}}+\sqrt{18}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\frac{\sqrt{8}}{2}.$$

4. Сваки од присутних дечака има онолико кликера колико има укупно дечака. Колико је дечака присутно ако је избројано да сви заједно имају 2116 кликера?

И на крају:

Задатак за математичке сладокусце

Да ли је $\sqrt{0,\overline{4}}$ рационалан или ирационалан број?



МД "АРХИМЕДЕС"